

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

გიორგი ჯაიანი

უმაღლესი მათემატიკა

ნაწილი I

კალკულუსი

(ქიმიის, ბიოლოგიის და ეკოლოგიის სპეციალობის სტუდენტებისთვის ლექციების
კურსის მეორე შევსებული და გადამუშავებული გამოცემა)

ელექტრონული ვერსია

მეორე გამოცემის წინასიტყვაობა

კალკულუსის წინამდებარე ლექციების კურსი ქიმიის, ბიოლოგიის და ეკოლოგიის სპეციალობის სტუდენტებისათვის წარმოადგენს 2009 წელს თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობის მიერ გამოცემულ კალკულუსის ლექციების კურსის (გ. ჯაიანი, უმაღლესი მათემატიკა, ნაწილი I, კალკულუსი, ლექციების კურსი ქიმიის, ბიოლოგიისა და სიცოცხლის შემსწავლელ მეცნიერებათა მიმართულების სტუდენტებისათვის) შევსებულ და გადაამუშავებულ მეორე გამოცემის ელექტრონულ ვერსიას 2009-2014 წლებში ამ კურსის ქიმიკოსების, ბიოლოგებისა და ეკოლოგებისთვის წაკითხვისას მიღებული გამოცდილების გათვალისწინებით. სახელდობრ, ლექციების კურსს დაემატა კომპლექსური რიცხვების და ფუნქციონალური მწკრივების თავები; ახალი რედაქციითაა შეტანილი ალგებრულ განტოლებათა სისტემები; პირველ გამოცემასთან შედარებით მეტადაა გათვალისწინებული ქიმიკოსების ინტერესები; გარდა ამისა, შესწორებულია პირველ გამოცემაში შენიშნული ბეჭდური ხარვეზები. კურსის გამოყენებითი ხასიათის ხაზგასმის მიზნით, კურსში მრავლადაა მოყვანილი ბიოლოგიური და ეკოლოგიური მათემატიკური მოდელები, რამდენადაც მათთვის კურიკულუმით მათემატიკაში გათვალისწინებულია მხოლოდ წინამდებარე ერთსემესტრიანი კურსი, ნაკლებად ქიმიური მათემატიკური მოდელები, რამდენადაც მათთვის კურიკულუმით მათემატიკაში, გარდა წინამდებარე კალკულუსის კურსისა, გათვალისწინებულია აგრეთვე დიფერენციალური მოდელების ერთსემესტრიანი კურსი (ნატალია ჩინჩალაძე, გიორგი ჯაიანი, უმაღლესი მათემატიკა, ნაწილი II, დიფერენციალური მოდელები, ლექციების კურსი ქიმიის, ბიოლოგიის და სიცოცხლის შემსწავლელ მეცნიერებათა მიმართულების სტუდენტებისათვის), რომელიც გულისხმობს კალკულუსის შემდგომ გაღრმავებას, ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებების თეორიას და კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების თეორიის ელემენტებს. კურსი იძლევა არამარტო დიფერენციალური მოდელების აგების ჩვევების გამომუშავების, არამედ მათი გამოკვლევის ძირითადი მეთოდების შესწავლის საშუალებასაც. ამ კურსში განსაკუთრებული ყურადღება ექცევა ქიმიური მათემატიკური მოდელების აგება-გამოკვლევას და გამოყენებითი ხასიათის ფაქიზი და მძლავრი მათემატიკური აპარატის ადაპტირებულად, მაგრამ მაინც მკაცრი ფორმით გადმოცემას.

გიორგი ჯაიანი

თბილისი, სექტემბერი, 2014

წინასიტყვაობა

წინამდებარე ლექციების კურსი კალკულუსში ქიმიის, ბიოლოგიისა და სიცოცხლის შემსწავლელ მეცნიერებათა მიმართულებების პირველი კურსის პირველი სემესტრის სტუდენტებისთვის, მათთვის განკუთვნილი უმაღლესი მათემატიკის საგნის შემადგენელი სამი კურსიდან (კალკულუსი, დიფერენციალური მოდელები, ალბათობა და მათემატიკური სტატისტიკა) პირველია. ის ეფუძნება 2007-2009 წლებში აღნიშნული მიმართულებების სტუდენტებისთვის წაკითხულ ლექციებს, რომლებიც ინტერნეტის საშუალებითაა ხელმისაწვდომი (<http://www.viam.science.tsu.ge/others/ticmi/lecturecourses/maing.htm>). მისი შედგენისას, გარდა ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში ამ კუთხით არსებული გამოცდილებისა, გამოყენებულია სან დიეგოს უნივერსიტეტის (აშშ) გამოცდილებაც. ლექციების კურსს თან ერთვის სილაბუსი ქართულ და ინგლისურ ენებზე ფრჩხილებში მოცემულია სათანადო ძირითადი და დამხმარე ლიტერატურა ლექციების მიხედვით პარაგრაფების მითითებით.

გ. ჯაიანი,

თბილისი, მარტი, 2009

შესავალი

კალკულუსი ქიმიის, ბიოლოგიისა და სიცოცხლის შემსწავლელი მეცნიერებისათვის, ფაქტობრივად, დიფერენციალური და ინტეგრალური აღრიცხვის შესავალი კურსია წრფივი ალგებრისა და ანალიზური გეომეტრიის ელემენტებით. მისი მიზანია, გამარტივებულ ენაზე გააცნოს სტუდენტებს ყველა ის ძირითადი მათემატიკური ცნება, რომელიც აუცილებელია კურსში შესაბამის ადგილას ჩართული ქიმიური, ბიოლოგიური, ეკოლოგიური, სამედიცინო და სხვა მოდელების პრეზენტაციისთვის. კურსის მიზანს არ წარმოადგენს ამ მოდელების აგება-გამოკვლევის მათემატიკური მეთოდების შესწავლა. უკანასკნელს მიეძღვნება უფრო ღრმა კურსები: დიფერენციალური მოდელები ქიმიის, ბიოლოგიისა და სიცოცხლის შემსწავლელ მეცნიერებებში; ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა და მათი გამოყენებები ქიმიაში, ბიოლოგიასა და სიცოცხლის შემსწავლელ მეცნიერებებში.

კალკულუსის შექმნა XVII საუკუნეში წარმოადგენდა შემობრუნების პუნქტს აზროვნების ისტორიაში. მან დასაბამი მისცა თანამედროვე მათემატიკურ მეცნიერებას. კალკულუსი საფუძვლად უდევს თანამედროვე მათემატიკის მრავალ დარგს. ის გამოიყენება მრავალ სხვა მეცნიერებაში, კერძოდ, ქიმიაში, ბიოლოგიასა და სიცოცხლის შემსწავლელ მეცნიერებებში, რაშიც ამ კურსის გავლისას დავრწმუნდებით.

გზა კალკულუსის შესაქმნელად, ერთი მხრივ, რიცხვის ცნების გაფართოებით და, მეორე მხრივ, გეომეტრიისა და ალგებრის შერწყმით გაიკვალა. ბუნებრივია, რომ ჩვენც კურსი რიცხვების ბუნების განხილვით დავიწყეთ. მხოლოდ იმას შევნიშნავთ, რომ სხვა დარგებში მათემატიკის გამოყენება დაკავშირებულია პროცესების თუ მოვლენების მათემატიკური მოდელების შედგენასთან. მაგალითისთვის განვიხილოთ ჭრიჭინების დაჭრიჭინების სიხშირის საშუალებით გარემოს ტემპერატურის დადგენის უმარტივესი მოდელი

$$F = \frac{N}{4} + 40,$$

სადაც F გარემოს ტემპერატურაა ფარენჰეიტის სკალით, N – ერთ წუთში დაჭრიჭინების რიცხვი. შევნიშნოთ, რომ

$$F = \frac{9}{5}C + 32,$$

სადაც C გარემოს ტემპერატურაა ცელსიუსის სკალით. ეს მოდელი ხალხური დაკვირვების ანალიზის საფუძველზე შეიქმნა. შემდგომში ჩვენ დაზუსტებულ მოდელებსაც გავეცნობით.